Correction exercices chapitre 11, 12, 13 de votre livre

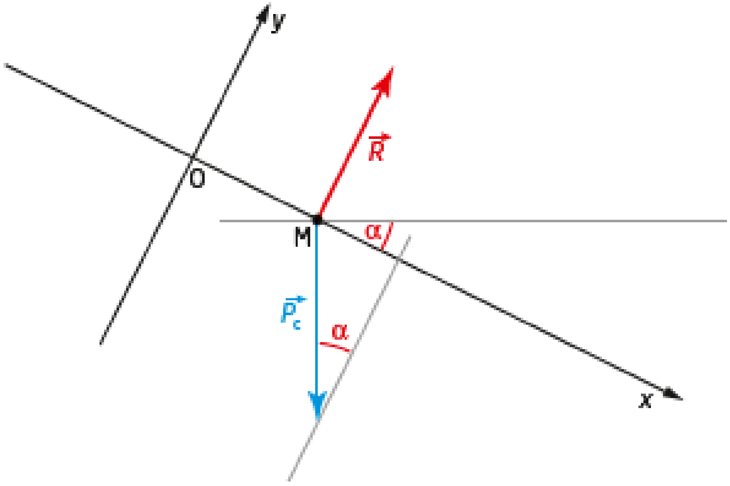
Exercice 43 p 269 : Bobsleigh

1. Lors de la phase 1, le traîneau vide est poussé avec une force $\vec{F}$ constante. Les forces qui s'appliquent sur le traîneau sont la force $\vec{F}$, le poids à vide $\vec{P_v}$ du traîneau et la réaction $\vec{R}$ du sol. Mais comme il n'y a pas de frottements et que la piste est horizontale, le poids et la réaction se compensent :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F} + \underbrace{\vec{P_v} + \vec{R}}_{=0}$$

et donc par application de la deuxième loi de Newton : $m\vec{a} = \vec{F}$, d'où $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$.

L'accélération est constante, colinéaire à la piste, dans le sens du mouvement.
La vitesse est passée de 0 à 20 km · h^{-1} en 6,0 s : la valeur moyenne de l'accélération $a = \Delta v/\Delta t$ peut être calculée. AN : a = 0,93 m.s^{-2}.
2. Comme $m\vec{a} = \vec{F}$, donc l'accélération et la force sont colinéaires de même sens, et par projection on peut écrire : F = *ma*. **A. N. :** F = 200 ×0,93 =1,9×10^{2} N.
3. La phase 2 se déroule sur une piste rectiligne horizontale sans frottements. Il n'y a plus de poussée exercée par l'équipage : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = m\vec{a}$: l'accélération est nulle, nous sommes dans le cas d'un mouvement rectiligne uniforme. À l'issue de la phase 2, la vitesse du traîneau n'a pas changé, elle est toujours de 20 km · h^{-1}.
4. Les forces qui s'appliquent sur le bobsleigh lors de la phase 3 sont son poids (en charge de tous ses occupants) $\vec{P_c}$ et la réaction de la piste, perpendiculaire à cette dernière, car le déplacement se fait sans frottements (voir schéma ci-dessous).



L'application de la deuxième loi de Newton donne $\vec{P_c} + \vec{R} = m\vec{a}$.
Soit en projection :
- sur l'axe *Ox* : $P_c \times \sin\alpha + 0 = Ma$ **(1)**
- sur l'axe Oy : $P_c \times \cos\alpha + R = 0$ **(2)**

L'équation **(1)** conduit à : $\mathbf{a = g \times \sin\alpha}$
AN : a = 2,5 m.s^{-2}.
L'accélération est constante, donc $a = \Delta v/\Delta t_3$, soit
$\Delta v = v_{final} - v_{initial} = a\Delta t_3$, donc $v_{final} = a\Delta t_3 + v_{initial}$.
A. N. : v_{final} = 23 m·s^{-1} (83 km·h^{-1}).
5. À l'aide de la chronophotographie et de l'échelle, la distance M_2M_4 = 4,2 m est mesurée, ce qui permet de calculer la norme du vecteur $\vec{v_3}$: $\|\vec{v_3}\| = \left\|\dfrac{\overrightarrow{M_2M_4}}{2\Delta t}\right\| = \mathbf{21\ m.s^{-1}}$.

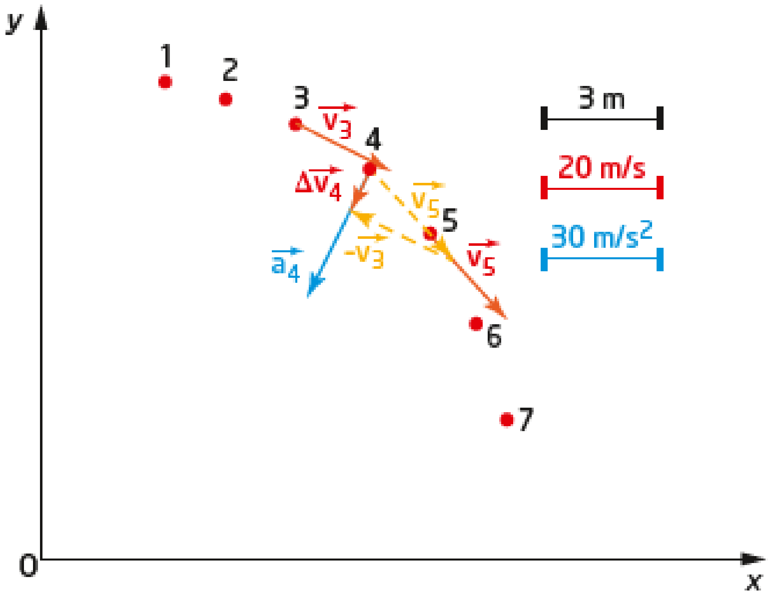
Le vecteur vitesse $\vec{v_3}$ peut alors être tracé à l'aide d'une échelle adaptée.

Le même travail est effectué avec le vecteur $\vec{v_5}$: $\|\vec{v_5}\| = \left\|\dfrac{\overrightarrow{M_3M_6}}{2\Delta t}\right\|$ = **24 m.s^{-1}**

La relation approchée du vecteur accélération à la position 4 est $\vec{a_4} = \dfrac{\vec{v_5} - \vec{v_3}}{2\Delta t}$.

En traçant le vecteur variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta v_4}$ et avec l'échelle choisie, on mesure la longueur du vecteur pour en déduire sa valeur, soit $\|\overrightarrow{\Delta v_4}\|$ = **7 m.s^{-1}**. On en déduit alors la valeur de l'accélération dans la position 4 : $\|\vec{a_4}\|$ = **4×10^2 m.s^{-2}**.

Il suffit maintenant de choisir une échelle pour représenter le vecteur $\vec{a_4}$ qui est de même sens et de même directeur que le vecteur variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta v_4}$.



Exercice 29 p 289 : Lobshot au golf

a. Système {balle de golf} de masse m constante et de centre de masse G.
Référentiel terrestre supposé galiléen.
Inventaire des forces extérieures : on se place dans le cadre du modèle de la chute libre.
- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
- on néglige l'action de l'air.

D'après la deuxième loi de Newton, le vecteur accélération du point G vérifie : $m\vec{a}(t) = \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{g}$

On utilise le repère d'espace O ; i , j , k le troisième axe étant orienté vers l'arrière du schéma. Donc $\vec{a}(t) = \vec{g}$ car le champ de pesanteur est orienté dans le sens opposé au vecteur k.

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$$

Le vecteur accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse. Les primitives d'une fonction constante sont des fonctions affines, donc :

$$\begin{cases} v_x(t) = \text{cste}_1 \\ v_y(t) = \text{cste}_2 \\ v_z(t) = -g\,t + \text{cste}_3 \end{cases}$$

Le vecteur vitesse initial s'écrit $\vec{v_0} = v_0 \cos\alpha\, \vec{i} + v_0 \sin\alpha\, \vec{k}$

donc

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos\alpha \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g\ t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

Le vecteur vitesse est la dérivée par rapport au temps du vecteur position. Les primitives d'une fonction affine sont des fonctions polynômes de degré 2, donc :

$$\begin{cases} v_x(t) = \text{cste}_1 \\ v_y(t) = \text{cste}_2 \\ v_z(t) = -g\ t + \text{cste}_3 \end{cases}$$

Le vecteur vitesse initial s'écrit $\vec{v_0} = v_0 \cos\alpha\ \vec{i} + v_0 \sin\alpha\ \vec{k}$

donc $v_x(0) = \text{cste}_1 = v_0 \cos\alpha$, $v_y(0) = \text{cste}_2 = 0$ et

$v_z(0) = -g \times 0 + \text{cste}_3 = \text{cste}_3 = v_0 \sin\alpha$.

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos\alpha \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g\ t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

Le vecteur vitesse est la dérivée par rapport au temps du vecteur position. Les primitives d'une fonction affine sont des fonctions polynômes de degré 2, donc :

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos\alpha)t + \text{cste}_4 \\ y(t) = \text{cste}_5 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g\ t^2 + (v_0 \sin\alpha)t + \text{cste}_6 \end{cases}$$

À la date $t = 0$, le centre de masse G de la balle de golf se situe au niveau de l'origine du repère.
Donc $x(0) = (v_0 \cos\alpha) \times 0 + \text{cste}_3 = \text{cste}_3 = 0$, $y(0) = \text{cste}_5 = 0$ et $z(0) = -\frac{1}{2}g \times 0^2 + v_0 (\sin\alpha) \times 0 + \text{cste}_4 = \text{cste}_4 = 0$.
On obtient les équations horaires du mouvement du point G :

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos\alpha)\ t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g\ t^2 + (v_0 \sin\alpha)\ t \end{cases}$$

On constate que $y(t) = 0$ donc la trajectoire est comprise dans le plan **$(O ; \vec{i}, \vec{k})$** (plan vertical comportant le vecteur vitesse initial, l'origine O de la trajectoire et le champ de pesanteur).
b. On détermine l'équation de la trajectoire du point G.

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \text{ donc } z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + (v_0 \sin\alpha)\frac{x}{v_0 \cos\alpha}.$$

$$z(x) = -\frac{g}{2\ (v_0 \cos\alpha)^2}\ x^2 + \tan\alpha\ x$$

· **Passage de la haie** :

$$z(d) = -\frac{g}{2\,(v_0 \cos\alpha)^2}\, d^2 + \tan\alpha\ d$$

A.N. :

$$z(d) = -\frac{9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}}{2 \times \left(20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \times \cos(38^\circ)\right)^2}\ (8{,}0\ \mathrm{m})^2 + \tan(38^\circ) \times 8{,}0\ \mathrm{m}$$

$z(d) = 5{,}0$ m.

$z(d) > 3{,}0$ m donc $z(d) > H$, alors la balle franchit la haie.

• **Position au premier rebond** :

On cherche l'abscisse x_P du point P tel que $z_P = 0$.

$$-\frac{g}{2\left(v_0 \cos\alpha\right)^2}\ {x_P}^2 + \tan\alpha\ x_P = 0$$

$$\left(-\frac{g}{2\left(v_0 \cos\alpha\right)^2}\ x_P + \tan\alpha\right) x_P = 0$$

• La racine $x_P = 0$ correspond à la position initiale.

$$x_P = \frac{2\ {v_0}^2\ \sin\alpha\ \cos\alpha}{g} = \frac{{v_0}^2\ \sin(2\alpha)}{g}$$

A.N. : $x_P = \dfrac{\left(20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}\right)^2 \times \sin(2 \times 38^\circ)}{9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}} = 4{,}0 \times 10^1$ m.

$x_P > 32$ m donc $x_P > D + r$. La balle rebondit au-delà du green.

<u>Ex 31 p 289 : le moteur ionique</u>

a. L'objectif de cette question est de permettre de mieux percevoir la faible valeur de la force de poussée en la comparant avec la valeur du poids d'un objet courant.

$P = mg = \sigma S g$ avec S la surface de la feuille de papier et

$\sigma = 80\ \mathrm{g \cdot m^{-2}}$ sa masse surfacique.

A.N. :

$P = 80 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-2}} \times 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \times 21{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{m} \times 29{,}7 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$

$P = 4{,}9 \times 10^{-2}\ \mathrm{N} = 49\ \mathrm{mN}$.

La poussée d'un seul moteur est équivalente au poids de trois feuilles de papier. Cette poussée est faible.

b. Il s'agit ici de calculer la variation de vitesse de la sonde au bout d'une certaine durée de fonctionnement des moteurs, en supposant que celle-ci se déplace en ligne droite et que seules les forces de poussée des moteurs s'exercent sur elle. On considère que la sonde est suffisamment éloignée de tout astre de manière à négliger les forces d'interaction gravitationnelle.

Système {sonde spatiale} de masse m supposée constante et de centre de masse G.

Référentiel héliocentrique supposé galiléen.

Inventaire des forces extérieures :

• les forces de poussée des quatre moteurs ;

• on néglige les forces gravitationnelles exercées par les différents astres.

D'après la deuxième loi de Newton, le vecteur accélération du point G vérifie :

$m\vec{a}(t) = \sum \vec{F}_{ext} = 4\vec{F}$ avec $\vec{F}$ la force de poussée d'un seul moteur.

On suppose que la trajectoire est confondue avec l'axe $(O ; \vec{i})$ du repère d'espace et que le mouvement a lieu dans le sens de cet

axe. Ainsi : $\vec{v} = v_x\vec{i} = v\vec{i}$

Les forces de poussée sont orientées dans la direction et le sens

du mouvement, donc : $a_x = \dfrac{4F}{m}$.

Le vecteur accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse et la primitive d'une fonction constante est une fonction affine. Donc : $v_x(t) = \dfrac{4F}{m}t + cste_1$.

La vitesse initiale de la sonde est notée v_0 donc $v_x(0) = \dfrac{4F}{m} \times 0 + cste_1 = cste_1 = v_0$

$v_x(t) = \dfrac{4F}{m}t + v_0$

La variation de vitesse de la sonde est égale à :

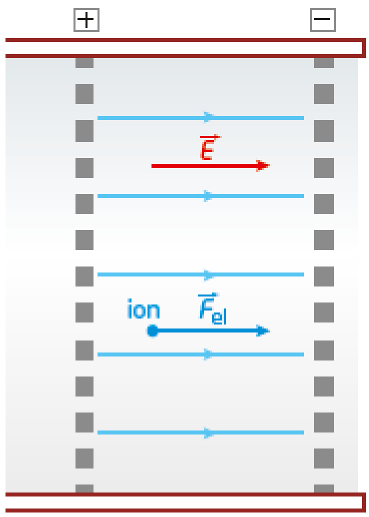
$\Delta v(t) = v(t) - v_0 = 4\ F$

On calcule la variation de vitesse obtenue après 880 jours de poussée des moteurs.

A.N. : $\Delta v = 1{,}1 \times 10^4\ m.s^{-1} = 11\ km.\ s^{-1}$.

Un moteur à propulsion chimique utilisant la même masse de carburant ne pourra jamais fournir une telle variation de vitesse. La propulsion électrique est nettement plus efficace que la propulsion chimique. Cependant, la faible poussée du moteur ionique ne permet pas d'envisager un décollage avec ce mode de propulsion.

c. Les grilles accélératrices, parallèles entre elles, créent un champ électrique supposé uniforme. Les lignes de champ sont perpendiculaires aux grilles et orientées de la grille chargée positivement vers la grille chargée négativement. Les ions xénon portent une charge électrique positive donc la force électrique $\vec{F}_{el} = e\vec{E}$ est orientée dans la même direction et le même sens que le champ électrique $\vec{E}$. On peut remarquer que ce résultat est cohérent avec la loi d'attraction/répulsion des charges électriques.



d. L'objectif de cette question est d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique de manière à calculer la valeur de la vitesse d'éjection des ions xénon. Il peut être utile de discuter avec les élèves le choix du référentiel.

Système {ion xénon Xe^+} de masse $m(Xe)$ constante.

Référentiel de la sonde supposé galiléen.

Inventaire des forces extérieures :

- la force électrique $\vec{F}_{el}$;
- les autres forces sont négligeables devant la force électrique.

La trajectoire des ions est supposée rectiligne et perpendiculaire aux grilles accélératrices.

D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué lors de la traversée de la zone située entre les grilles accélératrices, c'est-à-dire lors du déplacement de l'ion de la position A à la position B :

$$\Delta\mathscr{E}_c = \mathscr{E}_c(B) - \mathscr{E}_c(A) = \sum \mathscr{W}_{AB}(\vec{F}_{ext}) = \mathscr{W}_{AB}(\vec{F}_{el})$$

$$\frac{1}{2}m(Xe)v_B^2 - \frac{1}{2}m(Xe)v_A^2 = \vec{F}_{el} \cdot \vec{AB} = e\ \vec{E} \cdot \vec{AB}$$

Les ions se déplacent dans la direction et dans le sens du champ électrique donc :

$\vec{E} \cdot \overrightarrow{AB} = E\ d = \dfrac{U}{d}\ d = U.$

La valeur de la vitesse des ions au point A est supposée négligeable.
La valeur de la vitesse des ions au point B est égale à la valeur de la vitesse d'éjection des ions.

$$\frac{1}{2} m(\mathrm{Xe}) v_B^2 = eU$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2\ e\ U}{m(\mathrm{Xe})}}$$

A.N. : $v_B = \sqrt{\dfrac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C} \times 700\ \mathrm{V}}{2{,}18 \times 10^{-25}\ \mathrm{kg}}}$

$v_B = 3{,}2 \times 10^4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 3{,}2 \times 10^1\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}.$

C'est la valeur très élevée de cette vitesse d'éjection qui donne sa grande efficacité au moteur ionique. Cependant, le débit des ions xénon est faible et donc la poussée du moteur également.

Exercice 32 p 290 : Service smashé au volley-ball

a. Système {balle de volley-ball} de masse *m* constante et de centre de masse B.
Référentiel terrestre supposé galiléen.
Inventaire des forces extérieures : on se place dans le cadre du modèle de la chute libre.
• le poids
• on néglige l'action de l'air.
D'après la deuxième loi de Newton, le vecteur accélération du point B vérifie : $\boldsymbol{m\vec{a}(t) = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{g}}$

On utilise le repère d'espace $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k})$ le troisième axe étant orienté vers l'arrière du schéma.
Donc $\vec{a}(t) = \vec{g}$ car le champ de pesanteur est orienté dans le sens opposé au vecteur k.

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$$

Le vecteur accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse. Les primitives d'une fonction constante sont des fonctions affines, donc :

$$\begin{cases} v_x(t) = \mathrm{cste}_1 \\ v_z(t) = -g\ t + \mathrm{cste}_2 \end{cases}$$

Le vecteur vitesse initial du point B s'écrit $\vec{v_0} = v_0\vec{i}$,
donc $v_x(0) = \mathrm{cste}_1 = v_0$ et $v_z(0) = -g \times 0 + \mathrm{cste}_2 = \mathrm{cste}_2 = 0$.

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_z(t) = -g\ t \end{cases}$$

Le vecteur vitesse est la dérivée par rapport au temps du vecteur position. Les primitives d'une fonction linéaire sont des fonctions polynômes de degré 2, donc :

$$\begin{cases} x(t) = v_0\ t + \mathrm{cste}_3 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} g\ t^2 + \mathrm{cste}_4 \end{cases}$$

À la date $t = 0$, le centre de masse B de la balle se situe au niveau du point B_0 de coordonnées $x(0) = 0$ et $z(0) = h$. On en déduit que $\mathrm{cste}_3 = 0$ et que $\mathrm{cste}_4 = h$.
On obtient les équations horaires du mouvement du point B.

$$\begin{cases} x(t) = v_0\ t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g\ t^2 + h \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_0} \text{ donc } z(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + h$$

$$z(x) = -\frac{g}{2\ v_0^{\ 2}}\ x^2 + h.$$

b. Il s'agit d'exploiter l'équation de la trajectoire du centre de masse de la balle en tenant compte de son rayon.

La balle franchit le filet si l'altitude du point B pour l'abscisse $x = L/2$ est supérieure à $H + r$.

$$-\frac{g}{2\ v_0^{\ 2}} \left(\frac{L}{2}\right)^2 + h > H + r$$

$$h - H - r > \frac{g}{2\ v_0^{\ 2}} \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$v_0^{\ 2} > \frac{g}{2\ (h - H - r)} \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$v_0 > \sqrt{\frac{g}{2\ (h - H - r)}} \times \frac{L}{2}$$

$$v_0 > \sqrt{\frac{gL^2}{8\ (h - H - r)}}$$

La valeur minimale de la vitesse initiale permettant de franchir le filet est donc :

$$v_{0,\text{min}} = \sqrt{\frac{gL^2}{8\ (h - H - r)}}$$

A.N. : $v_{0,\text{min}} = \sqrt{\frac{9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \times (18{,}0\ \text{m})^2}{8 \times (3{,}5\ \text{m} - 2{,}4\ \text{m} -\ 0{,}10\ \text{m})}} = 2{,}0 \times 10^1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$

c. On détermine l'abscisse x_P du point P tel que $z\ (x_P) = 0$.

$$z(x_P) = -\frac{g}{2\ v_0^{\ 2}}\ x_P^{\ 2} + h = 0$$

$$\text{donc } x_P = \sqrt{\frac{2\ v_0^{\ 2}\ h}{g}}$$

A.N. : $x_P = \sqrt{\frac{2 \times (21{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2 \times 3{,}50\ \text{m}}{9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}} = 1{,}77 \times 10^1\ \text{m}.$

xP , 18,0 m donc la balle touche bien le sol avant la ligne de fond.

d. Dans le cadre du modèle de la chute libre, la seule force exercée sur le système est le poids qui est une force conservative. L'énergie mécanique du système se conserve au cours du mouvement. La courbe 3 correspond donc à l'énergie mécanique.

Lors du mouvement, l'altitude du centre de masse de la balle diminue au cours du temps, donc l'énergie potentielle de pesanteur diminue également. La courbe 1 correspond à l'énergie potentielle de pesanteur.

Enfin, la courbe 2 correspond à l'énergie cinétique du système (énergie cinétique du centre de masse du ballon).

e. Selon l'étude énergétique, l'énergie mécanique du système se conserve au cours du mouvement. On applique donc la conservation de l'énergie mécanique entre le point B_0 et le point P (lieu du premier rebond de la balle sur le sol).

$$\mathscr{E}_m(B_0) = \mathscr{E}_m(P)$$

$$\mathscr{E}_c(B_0) + \mathscr{E}_{pp}(B_0) = \mathscr{E}_c(P) + \mathscr{E}_{pp}(P)$$

L'axe vertical est orienté vers le haut. On choisit l'origine de l'énergie potentielle au niveau du sol et donc :

$\mathscr{E}_{pp}(z) = m\ g\ z.$

La conservation de l'énergie mécanique s'écrit alors :

$$\frac{1}{2} m\ {v_{B_0}}^2 + m\ g\ z_{B_0} = \frac{1}{2} m\ {v_P}^2 + m\ g\ z_P$$

Or $z_P = 0$ donc : $v_P = \sqrt{{v_0}^2 + 2\ g\ h}$

A.N. : $v_P = \sqrt{(21{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})^2 + 2 \times 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \times 3{,}50\ \mathrm{m}}$

$v_P = 2{,}26 \times 10^1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$

La valeur réellement mesurée est inférieure à la valeur obtenue, car l'action mécanique exercée par l'air n'est pas parfaitement négligeable.

Exercice 35 p 291 : Accélérateur linéaire ALICE

Géré conjointement par l'Institut de Physique Nucléaire d'Orsay (IPN) et le Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) et constitué d'un petit accélérateur linéaire agissant comme injecteur d'ions pour un cyclotron, l'ensemble ALICE (Accélérateur Linéaire Injectant dans un Cyclotron à Énergie variable) avait délivré dès 1970 le premier faisceau mondial de krypton capable d'engendrer des réactions nucléaires dans tout noyau-cible, y compris l'uranium. Les résultats obtenus ont conduit à la création du Grand Accélérateur National d'Ions Lourds (GANIL) dans la région de Caen, au sein duquel a été inauguré en 2016 le nouvel accélérateur linéaire Spiral2.

L'un des objectifs à l'époque était l'étude des noyaux « superlourds » et la recherche d'îlots de stabilité parmi ces noyaux, obtenus par exemple par fusion entre un noyau d'uranium et un noyau de krypton correctement accéléré.

Liens vers des articles de la Revue pour l'histoire du CNRS

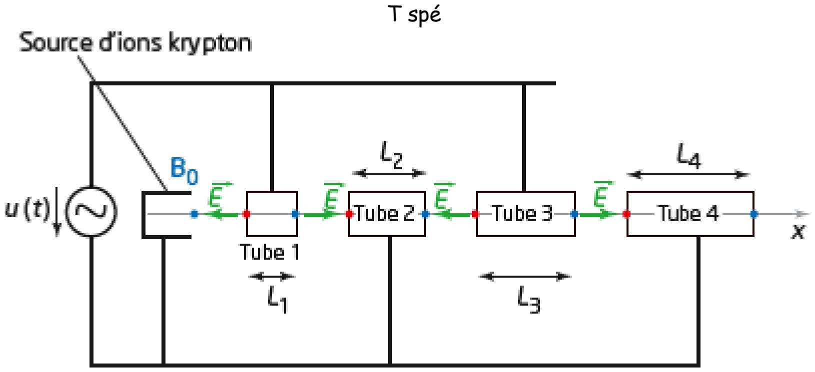
journals.openedition.org/histoire-cnrs/8943

journals.openedition.org/histoire-cnrs/8402

Une vidéo est disponible sur l'histoire de l'accélérateur ALICE.

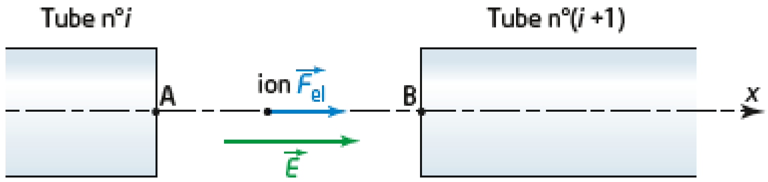
youtu.be/tlUL1txwkqk

a. Entre la date t_1 et la date $t_1 + T/2$, la polarité des tubes est inversée. Donc le sens du champ électrique dans les zones situées entre 2 tubes successifs est également inversé. Ainsi, un ion qui était accéléré entre le tube 1 et le tube 2 à la date t_1 sera également accéléré entre le tube 2 et le tube 3 à la date $t_1 + T/2$.



À $t = t_1 + \frac{T}{2}$, $u(t_1 + \frac{T}{2}) = -U < 0$ et $E = \frac{U}{d}$

b. On considère qu'entre deux tubes successifs (toujours séparés par la même distance d) apparaît une zone de champ électrique uniforme. De manière à accélérer les ions krypton chargés positivement, le champ électrique est orienté dans le sens du mouvement, c'est-à-dire dans le sens de l'axe orienté (Ox).



Système {ion krypton} assimilé à un point matériel de masse constante m et de charge $q = 7e$.
Référentiel terrestre supposé galiléen.
Inventaire des forces extérieures :

• la force électrique $\vec{F}_{el}$;

• le poids de l'ion est négligé devant la force électrique.

D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre les positions A (sortie du tube n°i) et B (entrée dans le tube suivant) de l'ion :

$$\Delta\mathscr{E}_c = \mathscr{E}_c(B) - \mathscr{E}_c(A) = \sum \mathscr{W}_{AB}(\vec{F}_{ext}) = \mathscr{W}_{AB}(\vec{F}_{el}) = q\vec{E}\cdot\overrightarrow{AB} = 7e\,\vec{E}\cdot\overrightarrow{AB}$$

Les ions se déplacent dans la direction et dans le sens du champ électrique donc :

$$\vec{E}\cdot\overrightarrow{AB} = E \times AB = \frac{U}{AB} \times AB = U$$

avec $d = AB$ = distance entre deux tubes successifs.
Et donc $\boldsymbol{\Delta E_c = 7\ eU}$.

c. Les ions sont accélérés une première fois entre la source et le tube n°1. L'accélérateur comporte N = 56 tubes donc les ions subissent au total 56 accélérations identiques. Sachant que l'énergie cinétique est négligeable à la sortie de la source d'ions, l'énergie cinétique finale des ions est :

$$\mathscr{E}_{c,f} = N\ \Delta\mathscr{E}_c = 7\ N\ e\,U$$

On en déduit l'expression de la vitesse finale des ions :

$$\frac{1}{2} m\, v_f^2 = \mathscr{E}_{c,f} = 7\ N\ e\,U$$

$$v_f = \sqrt{\frac{14\ N\ e\ U}{m}}$$

A.N. : $v_B = \sqrt{\dfrac{14 \times 56 \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 220 \times 10^3\ \text{V}}{1{,}39 \times 10^{-25}\ \text{kg}}}$

$v_B = 1{,}41 \times 10^7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

d. La traversée d'un tube par un ion doit toujours correspondre à la demi-période de la tension alternative utilisée pour créer le champ électrique. Comme les ions sont progressivement accélérés, la longueur des tubes doit nécessairement augmenter.

Les ions qui traversent le tube n° 4 ont été accélérés quatre fois. Leur énergie cinétique est égale à :

$\mathscr{E}_{c,4} = 4\ \Delta\mathscr{E}_c = 4 \times 7\ e\ U$.

Ainsi, comme :

$\mathscr{E}_{c,4} = \frac{1}{2} m\ v_4^2$.

La valeur de la vitesse des ions dans le tube n° 4 est égale à :

$v_4 = \sqrt{\frac{56\ e\ U}{m}}$.

Sachant que la valeur de la vitesse est constante dans un tube et que $f = 1/T$, on en déduit l'expression de la longueur L_4 du tube n° 4 :

$L_4 = v_4\ \frac{T}{2} = \frac{v_4}{2f} = \frac{1}{2f}\sqrt{\frac{56\ e\ U}{m}}$

A.N. :

$$L_4 = \sqrt{\frac{56 \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 220 \times 10^3\ \text{V}}{1{,}39 \times 10^{-25}\ \text{kg}}} \times \frac{1}{2 \times 24{,}4 \times 10^6\ \text{Hz}}$$

$L_4 = 7{,}7 \times 10^{-2}$ m.

Exercice 19 p 308 : Apprendre à rédiger

a. Système : Phobos de masse m constante en orbite circulaire de rayon R autour de Mars de masse M_{Mars}. Référentiel : marsocentrique supposé galiléen.

Bilan des forces appliquées à Phobos :

$\vec{F}_{\text{Mars/Phobos}} = \frac{GmM_{\text{Mars}}}{R^2}\vec{u}_{\text{PO}}$.

D'après la 2e loi de Newton appliquée à Phobos de masse m constante dans le référentiel marsocentrique supposé galiléen, le vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse P de Phobos vérifie la relation :

$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_{\text{P}}$.

Sachant que :

$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_{\text{Mars/Phobos}} = \frac{GmM_{\text{Mars}}}{R^2}\vec{u}_{\text{PO}}$;

on a :

$\vec{a}_{\text{P}} = \frac{GM_{\text{Mars}}}{R^2}\vec{u}_{\text{PO}}$ (1).

b. Dans le repère de Frenet associé à P, comme P décrit un mouvement circulaire de rayon R, en notant v la valeur de la vitesse de P, le vecteur accélération $\vec{a_{\text{P}}}$ de P s'écrit :

$\vec{a}_{\text{P}} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_{\text{t}} + \frac{v^2}{R}\vec{u}_{\text{n}}$ (2).

Sachant que $\vec{u}_{PO} = \vec{u}_n$, par identification des termes des relations (1) et (2), on a :

- $\frac{dv}{dt} = 0$ soit $v = \text{cste}$: le mouvement est uniforme ;
- $\frac{v^2}{R} = \frac{GM_{\text{Mars}}}{R^2}$ soit $v = \sqrt{\frac{GM_{\text{Mars}}}{R}}$.

Exercice 32 ; Phase cachée de la Lune.

a. Système : Lune de masse *ML* constante en orbite circulaire de rayon $d_{T\text{-}L}$ autour de la Terre de masse M_T.
Référentiel : *géocentrique supposé galiléen.*
Repère : repère de Frenet associé à tout instant au centre de masse M de la Lune : $(M, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$.
Bilan des forces appliquées à la Lune :

$$\vec{F}_{\text{Terre/Lune}} = \frac{GM_L M_{\text{Terre}}}{\left(d_{T\text{-}L}\right)^2}\vec{u}_n.$$

D'après la 2e loi de Newton appliquée à la Lune de masse M_L constante, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, le vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse M de la Lune vérifie :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = M_L\vec{a}.$$

Sachant que $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{F}_{\text{Terre/Lune}} = \dfrac{GM_L M_T}{(d_{T\text{-}L})^2}\vec{u}_n$; on a $\vec{a} = \dfrac{GM_T}{(d_{T\text{-}L})^2}\vec{u}_n$ (1).

Dans le repère de Frenet associé à M, comme M décrit un mouvement circulaire de rayon $d_{T\text{-}L}$, en notant *v* la valeur de la vitesse de M, le vecteur accélération $\vec{a}$ de M s'écrit :

$$\vec{a}_P = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_n \text{ (2).}$$

Par identification des termes des relations (1) et (2), on a :

- $\dfrac{dv}{dt} = 0$ soit $v = \text{cste}$: le mouvement est uniforme ;
- $\dfrac{v^2}{d_{T\text{-}L}} = \dfrac{GM_T}{(d_{T\text{-}L})^2}$ soit $v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{d_{T\text{-}L}}}$.

b. Sachant que l'orbite de la Lune est circulaire, la distance *d* parcourue par la Lune pendant une révolution de durée *TL* est la circonférence de son orbite soit $d = 2\pi d_{T\text{-}L}$.

Le mouvement étant uniforme, on a $v = \dfrac{2\pi d_{T\text{-}L}}{T_L}$ soit :

$$T_L = \frac{2\pi d_{T\text{-}L}}{v} = 2\pi d_{T\text{-}L} \times \sqrt{\frac{d_{T\text{-}L}}{GM_T}} \text{ ainsi } T_L = 2\pi \times \sqrt{\frac{(d_{T\text{-}L})^3}{GM_T}}.$$

$$\textbf{A.N. : } T_L = 2\pi \times \sqrt{\frac{(3{,}84 \times 10^8 \text{ m})^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \times 5{,}97 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$T_L = 2{,}37 \cdot 10^6$ s soit $T_L = 27{,}4$ jours.

c. La période de rotation de la Lune sur elle-même est la même que sa période de révolution autour de la Terre : un peu plus de 27 jours. On parle de « rotation synchrone ». Ainsi, l'hémisphère de la Lune visible depuis la Terre est toujours le même. L'autre hémisphère, non visible depuis la Terre est appelé « face cachée de la Lune ».

Exercice 45 p 318 : Un nouveau statut pour Pluton

1. Question préliminaire

Le **DOC. 2** donne la période de révolution de Dysnomia autour d'Eris ainsi que le rayon de son orbite supposée circulaire. Ces deux grandeurs permettent de déterminer la masse d'Eris.
Hypothèses :
– le référentiel lié au centre de Eris est supposé galiléen ;

– Dysnomia n'est soumis qu'à la force d'attraction gravitationnelle exercée par Eris ;

- Système : Dysnomia de masse m constante en orbite circulaire de rayon R_D autour d'Eris de masse M_E.
- Référentiel : érisocentrique supposé galiléen.
- Repère : repère de Frenet associé au centre de masse D de Dysnomia : **(D ; $\overrightarrow{u_T}$, $\overrightarrow{u_N}$)**.
- Bilan des forces appliquées à Dysnomia :

$$\vec{F}_{E/D} = \frac{GmM_E}{R_D^{\ 2}}\vec{u}_n.$$

D'après la 2e loi de Newton appliquée à Dysnomia de masse m constante, dans le référentiel érisocentrique supposé galiléen, le vecteur accélération du centre de masse D de Dysnomia vérifie :
$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.
Sachant que :
$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{F}_{E/D} = \dfrac{GmM_E}{R_D^{\ 2}}\vec{u}_n$; on a $\vec{a} = \dfrac{GM_E}{R_D^2}\vec{u}_n$ (1).
Dans le repère de Frenet associé à D, comme D décrit un mouvement circulaire de rayon R_D, en notant v la valeur de la vitesse de D, le vecteur accélération de D s'écrit :
$\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\vec{u}_t + \dfrac{v^2}{R_D}\vec{u}_n$ (2).
Par identification des termes des relations (1) et (2), on a :
- $\dfrac{dv}{dt} = 0$ soit $v =$ cste : le mouvement de D est uniforme ;
- $\dfrac{v^2}{R_D} = \dfrac{GM_E}{R_D^{\ 2}}$ soit $v = \sqrt{\dfrac{GM_E}{R_D}}$.

Sachant que l'orbite de Dysnomia est circulaire, la distance d parcourue par le Dysnomia pendant une révolution de durée T est la circonférence de son orbite soit $d = 2\pi\, R_D$. Son mouvement étant uniforme, on a :
$v = \dfrac{2\pi R_D}{T}$ soit $\sqrt{\dfrac{GM_E}{R_D}} = \dfrac{2\pi R_D}{T}$.
En passant l'égalité au carré, on a :
$\dfrac{GM_E}{R_D} = \dfrac{4\pi^2 R_D^{\ 2}}{T^2}$ et $M_E = \dfrac{4\pi^2 R_D^{\ 3}}{GT^2}$.

A.N. : $M_E = \dfrac{4\pi^2 \times (3{,}60 \times 10^7\ \text{m})^3}{6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \times (1{,}30 \times 10^6\ \text{s})^2}$

$M_E = 1{,}63 \times 10^{22}$ kg.

2. Problème
Pluton est une petite planète puisque sa masse est 25 fois plus petite que celle de Mercure. Le calcul précédent montre qu'Eris a une masse légèrement plus grande que celle de Pluton. Si Pluton garde son statut de planète du Système solaire, il faut ajouter Eris ainsi que tous les gros astéroïdes (comme Cérès) et les corps de masses voisines qui seront découverts dans un avenir proche, à la liste des planètes du Système solaire.
Pour ne pas avoir à modifier tous les livres traitant du Système solaire à chaque nouvelle découverte, il a été décidé le 24 août 2006 de déclasser Pluton pour lui donner le rang de planète naine. Le Système solaire garde donc huit planètes et un certain nombre de planètes naines qui risque d'augmenter au cours des découvertes.