EXERCICE 2 : PILE AU LITHIUM ET SUPER CONDENSATEUR (5.5 points)

PARTIE 1 : Accumulateur au Lithium

1.1.1. L'intensité I étant constante: **Q = I.Δt** donc $\boxed{I = \frac{Q}{\Delta t}}$ avec Q en C, I en A et Δt en s.

soit **I** = $\frac{4,32 \times 10^3}{20}$ = 216 A ≈ **2,2 ×10² A** *avec deux chiffres significatifs*.

1.1.2. Les valeurs d'intensité de courant usuellement utilisées au laboratoire sont généralement comprises entre **quelques milliampères et quelques centaines de milliampères**. Ces valeurs d'intensités ne permettent pas une durée de chargée aussi courte.

1.2.1. L'ion $Li^+_{(aq)}$ constitue la borne positive de l'accumulateur, borne sur laquelle sont consommés les électrons. À cette électrode a lieu la réaction $Li^+_{(aq)} + e^- = Li_{(aq)}$ qui est une **réduction**. Cette électrode est donc la **cathode**.

1.2.2. « L'accumulateur fonctionne comme une pile lorsqu'il se décharge » d'après l'énoncé. L'accumulateur fonctionnant comme une pile, la transformation qui se produit est **spontanée**.
Au cours du fonctionnement de la pile, le quotient de réaction Q_r augmente jusqu'à atteindre la constante d'équilibre K de la réaction. Ainsi, Q_r est inférieur à K au cours du fonctionnement de la pile.

1.2.3. D'après la réaction $Li^+_{(aq)} + e^- = Li_{(aq)}$, la quantité d'ions lithium consommée $n(Li^+)_{conso}$ est égale à la quantité d'électrons consommée $n(e^-)$: $n(Li^+)_{conso} = n(e^-)$.
$Q = n(e^-).F = n(Li^+)_{conso}.F$

donc $\boxed{n\left(Li^+\right)_{conso} = \frac{Q}{F}}$

En considérant la décharge totale de l'accumulateur : $n\left(Li^+\right)_{conso} = \frac{4,32 \times 10^3}{96500}$ = **4,48 ×10⁻² mol** *avec deux chiffres significatifs*.

PARTIE 2 : Le Supercondensateur

2.1. Constante de temps τ d'un circuit RC : τ = R.C.

Analyse dimensionnelle : [τ] = T
[RC] = [R].[C]

Or comme u = Ri , $R = \frac{u}{i}$ donc $\left[R\right] = \frac{[u]}{[i]}$.

Et : $i = C.\frac{du_C}{dt}$, $C = \frac{i}{\left(\frac{du_C}{dt}\right)}$ donc $\left[C\right] = \frac{[i]}{\left[\frac{du_C}{dt}\right]} = \frac{[i]}{\frac{[u]}{[t]}} = \frac{[i][t]}{[u]}$

Donc [R.C] = [R].[C] = $\frac{[u]}{[i]} . \frac{[i][t]}{[u]}$ = [t] = T.

L'expression τ = R.C est bien homogène à un temps.

2.2. Le condensateur a été totalement chargé après une durée Δt = 5.τ = 6 min.

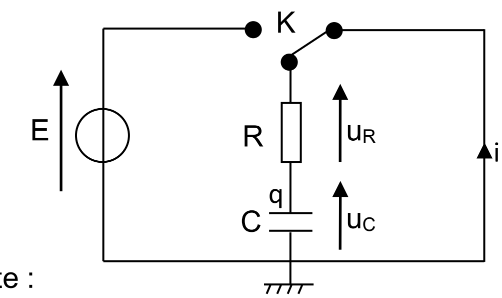
Donc $\tau = \frac{\Delta t}{5}$ soit $\tau = \frac{6 \times 60}{5}$ = 72 s = 7×10^1 s avec un seul chiffre significatif comme Δt.

Et $C = \frac{\tau}{R}$ soit $C = \frac{72}{1{,}0}$ = 72 F = **7×10¹ F**

Au laboratoire on rencontre des condensateurs ayant des capacités généralement comprises entre quelques nF et quelques mF, mais pas encore de telles valeurs de capacité.

2.3. Compte tenu du sens du courant choisi sur le schéma :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}.$$



2.4. Loi d'additivité des tensions : $u_R(t) + u_C(t) = 0$

En convention récepteur, la loi d'Ohm donne : $u_R(t) = R.i(t)$

$$R.i(t) + u_C(t) = 0 \quad (1)$$

Par ailleurs : $i = \frac{dq}{dt}$ et $q(t) = C.u_C(t)$ donc, comme C est constante :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d\left(C.u_C(t)\right)}{dt} = C.\frac{du_C(t)}{dt}.$$

En reportant dans (1) : $\boxed{R.C.\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0}$

2.5.1. Reportons la solution $u_C(t) = A.e^{-t/\beta}$ dans l'équation différentielle précédente :

$$R.C.\left(-\frac{1}{\beta}.A.e^{-t/\beta}\right) + A.e^{-t/\beta} = 0$$

$$A.e^{-t/\beta}.\left(1 - \frac{R.C}{\beta}\right) = 0$$

Or, pour tout t, $A.e^{-t/\beta} \neq 0$ donc $\left(1 - \frac{R.C}{\beta}\right) = 0$ soit $1 = \frac{R.C}{\beta}$, finalement $\beta = R.C$

2.5.2. À t = 0, $u_C(0) = E$

et $u_C(0) = A.e^{-0/\beta} = A$ donc par identification : **A = E.**

2.5.3. En remplaçant A et β on obtient l'expression finale de $u_C(t)$: $u_C(t) = E.e^{-t/R.C}$

2.6. $i(t) = C.\frac{du_C(t)}{dt}$ donc $i(t) = C.\frac{d\left(E.e^{-t/R.C}\right)}{dt} = C.E.\frac{d\left(e^{-t/R.C}\right)}{dt} = -\frac{C.E}{R.C}.e^{-t/R.C} = -\frac{E}{R}.e^{-t/R.C}$.

Or, pour tout t, i est négatif. Donc le sens réel de circulation du courant est le sens opposé au sens choisi sur le schéma pendant la décharge du condensateur.