

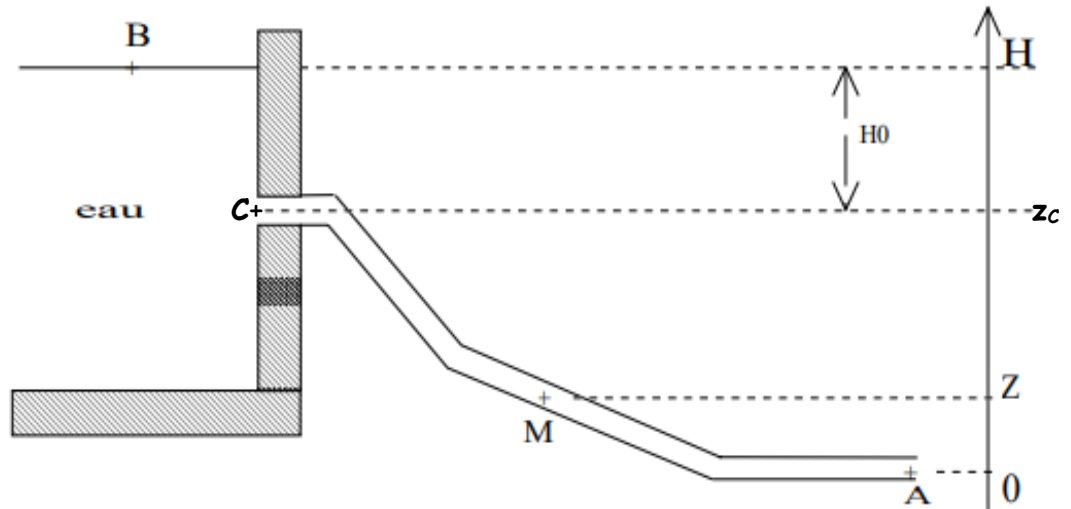
Exercice : Le phénomène de cavitation

Dans un village de montagne, un ruisseau dont le débit est régulier tout au long de l'année et de température constante de 10°C forme une cascade vers la vallée. Un hydrologue amateur envisage de construire un barrage et de canaliser cette cascade dans une conduite pour amener l'eau vers la turbine d'une centrale hydroélectrique. La rotation de la turbine entraînant un alternateur produira de l'énergie électrique permettant l'éclairage publics du village.

Doc 1 : Géométrie de la conduite

La conduite cylindrique, de diamètre constant $D = 30,0\text{ cm}$ et de longueur $L = 200\text{ m}$, se termine horizontalement, son axe étant situé à $H = 120\text{ m}$ au-dessous de la surface libre de l'eau dans le barrage. Le départ de la conduite est à $H_0 = 20\text{ m}$ au-dessous du niveau de l'eau que l'on supposera constant

Schéma :



Dans tout l'exercice, on négligera tout frottement, l'eau sera considérée comme un fluide incompressible de masse volumique $\rho_{\text{eau}} = 1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et non visqueux et on prendra les valeurs numériques suivantes : $g = 9.81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $P_0 = 1013\text{ hPa}$.

Doc 2 : Cavitation

La cavitation désigne l'apparition de bulle de gaz dans un liquide où la pression diminue jusqu'à devenir égale à la pression de vapeur saturante du fluide à la température considérée.

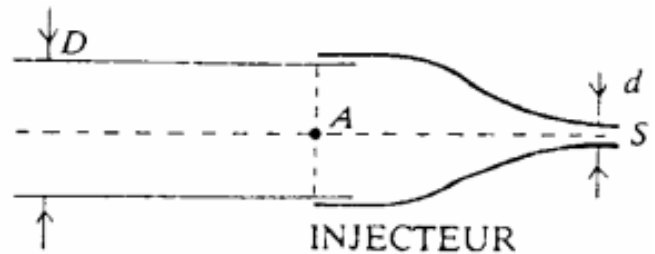
Pression de vapeur saturante de l'eau à 10°C (pression minimale que doit avoir l'eau liquide, à une température donnée, pour ne pas se vaporiser) : $P_s = 12,4\text{ Pa}$

Doc 3 : Relation de Bernoulli

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + P_2$$

1. Exprimer puis calculer la vitesse v_A du fluide à la sortie A (extrémité à l'air libre de telle sorte que $P_A = P_0$) en considérant la vitesse en B négligeable et que $P_B = P_0$. En déduire le débit volumique D_V à la sortie A.
2. Déterminer littéralement la pression P_M au point M de côte z.
3. Calculer pour quelle valeur limite de z le phénomène de cavitation peut être observé.

Pour éviter ce problème dans la conduite, on dispose à l'extrémité A de la conduite une tubulure de section décroissante (injecteur), de diamètre de sortie d et d'axe horizontal comme représenté dans le schéma ci-contre.



4. En utilisant la conservation du débit volumique le long de la conduite, expliquer qualitativement comment est modifiée la vitesse au point M après l'ajout de l'injecteur et en déduire comment est modifiée la pression au point M de la conduite.
5. En appliquant la relation de Bernoulli entre M et S, montrer que la pression au point M s'écrit :

$$P_M = P_0 - \rho \times g \times z + \frac{1}{2} \times \rho \times v_S^2 \times \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right)$$

6. Exprimer puis calculer le diamètre minimale, d_{\min} , en sortie de l'injecteur S pour que le phénomène de cavitation n'ait pas lieu au point C, de côte $z_C = H - H_0$, correspondant à l'entrée de la conduite.