

# Correction : Un espresso perfetto

## Combien de temps pour chauffer l'eau de mon café ?

1. L'énergie nécessaire pour chauffer la quantité d'eau voulue est :

$$Q = m_{\text{eau}} c_{m_{\text{eau}}} \Delta T = \rho_{\text{eau}} V_{\text{eau}} c_{m_{\text{eau}}} \Delta T = 1,0 \times 600 \cdot 10^{-3} \times 4185 \times (85 - 20) = 1,63 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

On suppose que la totalité de l'énergie fournie par la bouilloire sert à élever la température de l'eau.

$$Q = E_{\text{bouilloire}} = P_{\text{bouilloire}} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{P_{\text{bouilloire}}} = \frac{1,63 \cdot 10^5}{1500} = 109 \text{ s}$$

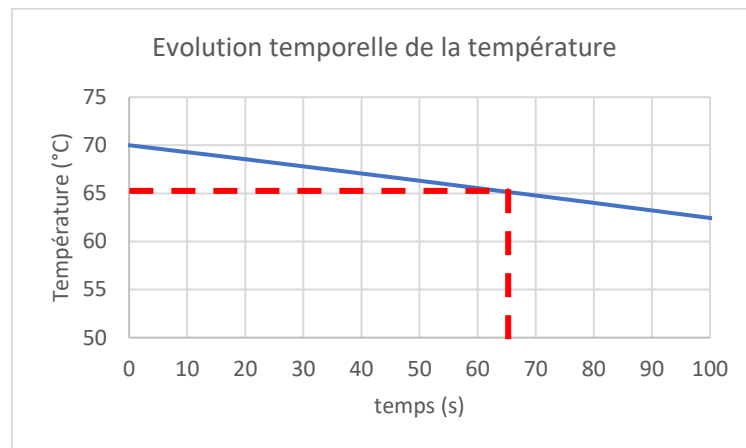
Théoriquement, il faut environ 84 s pour chauffer l'eau du café.

2. La durée mesurée sera plus longue que la durée théorique, car l'énergie fournie par la résistance chauffante chauffe également la bouilloire, et une partie de cette énergie est par ailleurs transférée à l'environnement.

## Combien de temps avant de boire mon café ?

### Étude expérimentale de l'évolution de la température de l'eau

- 3.



4. Par lecture graphique, on obtient un temps de refroidissement de 66 secondes. Il faut donc attendre un peu plus d'une minute avant de boire son café.

### Étude théorique

Lorsqu'on effectue une approche « élémentaire » d'une situation, on étudie l'évolution d'une variable dépendante lors d'une variation infinitésimale d'une variable indépendante.

Appliquée à la thermodynamique, le premier principe s'écrit alors :

$$dU = \delta W + \delta Q = mcdT$$

5. L'échange d'énergie entre le corps et son environnement est purement thermique :  $\delta W = 0$

$$\Rightarrow \delta Q = mcdT \Rightarrow \phi = mc \frac{dT}{dt}$$

6. En appliquant l'hypothèse de Newton, on obtient  $mc \frac{dT}{dt} = k(T_{\text{amb}} - T) = hS(T_{\text{amb}} - T) \Rightarrow$

D'où l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{hS}{mc} T = \frac{hS}{mc} T_{\text{amb}}$$

S est la surface de contact entre le liquide contenu dans le béccher et l'air environnant :

$$S = \pi R^2 + 2\pi RH$$

7. Solution particulière :  $\frac{dT}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{hS}{mc} T = \frac{hS}{mc} T_{\text{amb}} \Rightarrow T_{\text{part}} = T_{\text{amb}}$

$$\text{Solution de l'ESSM : } \frac{dT}{dt} + \frac{hS}{mc} T = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{hS}{mc} T \Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{hS}{mc} dt \Rightarrow T_{\text{ESSM}} = Ae^{-\frac{hS}{mc}t}$$

$$\text{Solution générale : } T = T_{\text{part}} + T_{\text{ESSM}} = T_{\text{amb}} + Ae^{-\frac{hS}{mc}t}$$

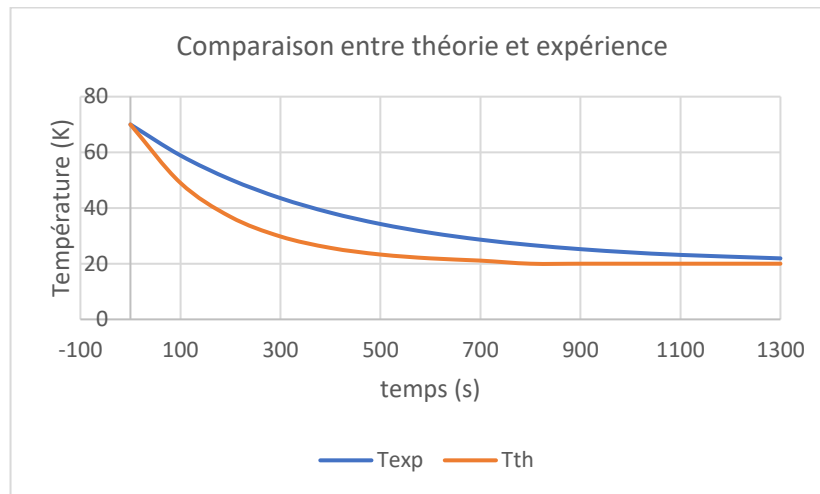
Détermination de la constante A :

$$\text{On sait qu'à } t = 0, T = T_0 \Rightarrow T_{\text{amb}} + Ae^{-\frac{hS}{mc} \times 0} = T_{\text{amb}} + A = T_0 \Rightarrow A = T_0 - T_{\text{amb}}$$

$$\Rightarrow T = (T_0 - T_{\text{amb}})e^{-\frac{hS}{mc}t} + T_{\text{amb}}$$

## Comparer théorie et expérience

8.



9. Les courbes théorique et expérimentale ont la même allure. La loi de refroidissement de Newton est donc cohérente.  
Toutefois, le modèle n'est pas parfait, car les 2 courbes évoluent différemment. D'autres phénomènes n'ont pas été pris en compte :
- Les parois du bécher ne transmettent pas la chaleur de la même façon que la surface libre de l'eau.
  - Il y a des mouvements de l'air qui ne sont pas forcément pris en compte
  - ...