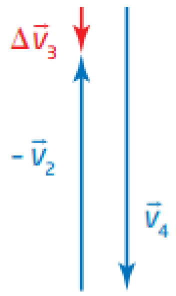
Correction des exercices du chapitre 12

Exercice 29 p 252

$$\textbf{a. } v_4 = \frac{A_3A_5}{2\tau}\text{ ; A.N. : } v_4 = \frac{\dfrac{1{,}7\text{ cm}}{2{,}7\text{ cm}} \times 50\text{ m}}{2 \times 500 \times 10^{-3}\text{ s}} = 31\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\text{ ;}$$

$$v_2 = \frac{A_1A_3}{2\tau}\text{ ; A.N. : } v_2 = \frac{\dfrac{1{,}35\text{ cm}}{2{,}7\text{ cm}} \times 50\text{ m}}{2 \times 500 \times 10^{-3}\text{ s}} = 25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

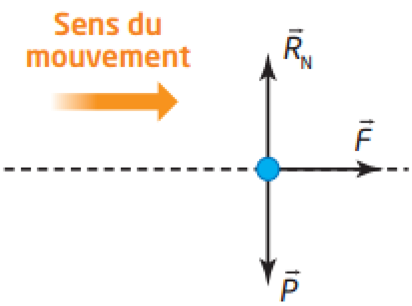
b. On choisit 1 cm pour 10 m· s^{-1} pour représenter les vecteurs correspondants et on trace $\overrightarrow{\Delta v_3} = \overrightarrow{v_4} - \overrightarrow{v_2}$.



c. La construction graphique conduit à $\Delta v_3 = 31 - 25 = 6$ m·s^{-1}.
Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen pendant la durée d'étude, le parachutiste en chute libre n'étant soumis qu'à son poids : $m \times \overrightarrow{\Delta v} = \vec{P} \times \Delta t$ soit, avec m ≠ 0, $\overrightarrow{\Delta v} = \dfrac{\vec{P}}{m} \times \Delta t$.
Le vecteur représentant le vecteur variation de vitesse est donc vertical et vers le bas, comme le poids du parachutiste, ce qui est cohérent avec le tracé.
La norme du vecteur variation de vitesse est : $\Delta v = \Delta t\ P/m$, soit $\Delta v = g \cdot \Delta t$.
La norme dépend donc de la durée séparant les deux positions voisines de la goutte considérées.
A.N. : Pour 2 × 500 ms de chute par exemple : $\Delta v = 10$ N·kg^{-1} × 2 × 500 × 10^{-3} s = 10 m.s^{-1}. (car 1 N = 1 kg.m.s^{-2}).
$\Delta v_3 < \Delta v$. L'écart est suffisamment grand pour ne pas être expliqué uniquement par des sources d'erreur de mesure. L'action de l'air, modélisée par une force, de norme F, colinéaire au poids, mais de sens opposé, explique cet écart. Dans ce cas, $\Delta v = \dfrac{\Delta t}{m}.(P - F)$.

Exercice 31 p 253

a. La voiture se déplace en ligne droite d'un point A (vitesse nulle) vers un point B (valeur de vitesse égale à 100 km.h^{-1}).
La trajectoire est une portion de droite. Le mouvement est donc rectiligne. La direction de $\overrightarrow{\Delta v}$ est donc celle du mouvement, la droite (AB).
De plus $v_A < v_B$: le mouvement est accéléré et $\overrightarrow{\Delta v}$ est de même sens que celui du mouvement donc vers B.



b. Le bilan des forces appliquées à la voiture est :

- le poids P ;
- la réaction normale RN de la route ;
- la force F modélisant l'action horizontale de la route

Pendant la durée Δt = 1,8 s, la relation approchée entre le vecteur variation de vitesse et les forces appliquées donne :

$$m \times \Delta\vec{v} = (\vec{R_N} + \vec{P} + \vec{F}) \times \Delta t$$

$\overrightarrow{\Delta v}$ et $\left(\vec{R_N} + \vec{P} + \vec{F}\right)$ ont la même direction. Comme $\overrightarrow{\Delta v}$ est horizontale, les forces de direction verticale se compensent. Ainsi : $\vec{R_N} + \vec{P} = \vec{0}$. Finalement :

$$m \times \Delta\vec{v} = \vec{F} \times \Delta t \text{ et donc } F = \frac{m}{\Delta t} \times \|\Delta\vec{v}\| = \frac{m}{\Delta t} \times (v_B - v_A).$$

A.N. : Avec la conversion $1\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = \frac{1 \times 10^3\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \frac{1}{3{,}6}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,

$$F = \frac{160\ \text{kg}}{1{,}8\ \text{s}} \times \left(\frac{100}{3{,}6} - 0\right)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 2{,}5 \times 10^4\ \text{N}.$$

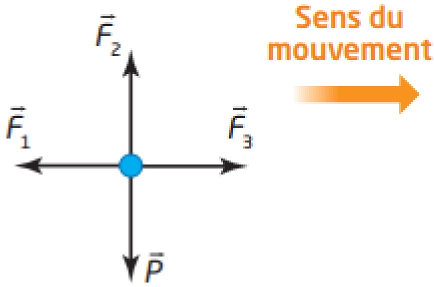
La durée correspondant au « 0 à 100 » d'un véhicule dépend de :
- sa masse qui caractérise l'inertie du système ;
- la puissance du moteur
- la chaîne de transmission moteur-roue ;
- la force modélisant l'action exercée par la route sur le véhicule, donc, par application du principe des actions réciproques, de la force modélisant l'action exercée par le véhicule sur la route par l'adhérence des pneus ;

- etc.

L'action de l'air et donc l'aérodynamisme de la voiture joue également un rôle important.

Exercice 35 p 254

a. Le bilan des forces appliquées à l'avion en mouvement rectiligne et uniforme est :
- la portance F_2;
- le poids P qui compense la portance ;
- la traînée F_1;
- la force F_3 qui modélise l'action de l'air éjecté qui compense F_1.



Remarque : La force F_3 est également opposée à la poussée des réacteurs de l'avion sur l'air d'après le principe des actions réciproques.

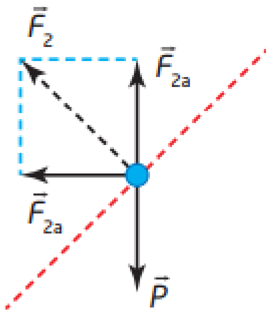
b. Pendant la durée Δt du virage, la relation approchée entre le vecteur variation de vitesse et les forces appliquées donne :

$$m \times \overrightarrow{\Delta v} = \left(\vec{F_3} + \vec{F_1} + \vec{P} + \vec{F_2}\right) \times \Delta t\ .$$

Dans le cas d'un virage horizontal, le vecteur Δv est contenu dans un plan horizontal, comme le vecteur vitesse de l'avion.

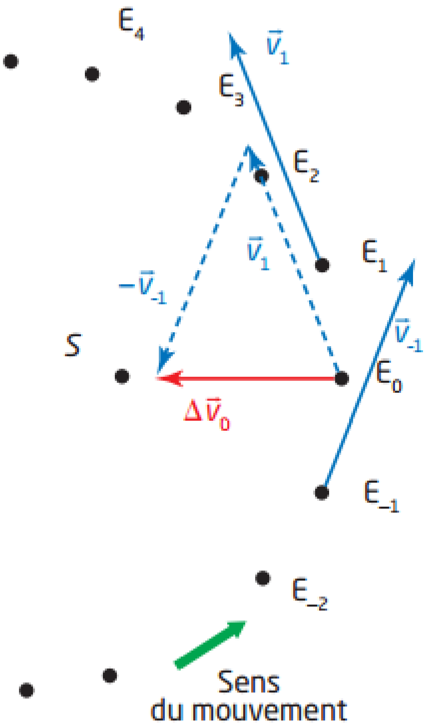
Les forces verticales se compensent.

Les ailes s'étant inclinées, F_2 n'est plus verticale. Elle peut être décomposée en deux forces :
- F_{2a} qui modélise l'action de l'air et qui compense le poids pour conserver un vol horizontal ;
- F_{2b} qui modélise l'action de l'air et qui fait tourner l'avion, et dont la direction et le sens sont ceux de Δv.



Le modèle ci-contre correspond à la situation schématisée, vue de face, dans le manuel. L'axe rouge en pointillés correspond à la direction des ailes, volontairement plus inclinée par rapport à l'horizontale que dans le manuel.

Dans la situation d'un vol rectiligne uniforme, F_2 a une norme égale à celle du poids. Dans la situation d'un vol circulaire, horizontal et uniforme, F_{2a} a une norme égale à celle du poids. F_2 a donc une norme géométriquement plus grande. Il faut donc que F_2 augmente par rapport à la situation vue en a. Comme $F2 = k_2.\ v^2$ avec k_2 constant, il faut que v augmente.
c. Si v n'augmente pas, F_{2a} ne compense pas le poids et l'avion descend.



Exercice 36 p 255

a. Le mouvement d'Eva n'est pas uniforme car Eva ne parcourt pas des distances égales pendant des durées égales.

b. $$v_1 = \frac{E_0E_2}{2\tau} = \frac{\frac{2{,}15\ \text{cm}}{1{,}15\ \text{cm}} \times 1{,}5 \times 10^{11}\ \text{m}}{2 \times 4{,}67 \times 10^6\ \text{s}} = 2{,}6 \times 10^4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1};$$

$$v_{-1} = \frac{E_{-2}E_0}{2\tau} = \frac{\frac{2{,}3\ \text{cm}}{1{,}4\ \text{cm}} \times 1{,}5 \times 10^{11}\ \text{m}}{2 \times 4{,}67 \times 10^6\ \text{s}} = 2{,}6 \times 10^4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

On choisit 1 cm pour 10^4 $\text{m.}\cdot\text{s}^{-1}$ pour tracer les vecteurs correspondants. Le représentant de $\vec{v}_1$ avec pour origine E_0 et celui de $-\overrightarrow{v_{-1}}$ avec pour origine l'extrémité du vecteur précédent permettent de construire aisément $\overrightarrow{\Delta v_0} = \overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_{-1}}$.

c. La construction graphique conduit à un vecteur mesurant 1,9 cm soit, compte tenu de l'échelle des vitesses, une norme égale à $\Delta v_0 = 1{,}9 \times 10^4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

d. La force d'interaction gravitationnelle est appliquée à Eva. Pendant la durée $\Delta t = 2\tau$, la relation approchée entre le vecteur variation de vitesse et les forces appliquées donne :

$m \times \overrightarrow{\Delta v} = \overrightarrow{F_{S/E}} \times \Delta t$ avec $\overrightarrow{F_{S/E}} = -\frac{G\ m{\cdot}M}{d^2}\ \overrightarrow{u_{SE}}$ avec $\overrightarrow{u_{SE}}$ un vecteur de norme 1, de direction (SE) et orienté de S vers E, d est la distance entre le soleil et Eva, m la masse d'Eva et M la masse du Soleil.

Ainsi :

$$m \times \Delta\vec{v} = -G\frac{m \cdot M}{d^2}\overrightarrow{u_{SE}} \times \Delta t \text{ ce qui conduit à :}$$

$$m \times \|\Delta\vec{v}\| = G\frac{m \cdot M}{d^2} \times 1 \times \Delta t.$$

Finalement, après simplification par m non nul, il vient :

$$M = \frac{d^2 \times \|\Delta\vec{v}\|}{2\tau G}$$

$\|\Delta\vec{v}_0\| = 1{,}9 \times 10^4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et on a d qui correspond à 2,4 cm sur le papier soit $d = \frac{2{,}4\ \text{cm}}{1{,}4\ \text{cm}} \times 1{,}5 \times 10^{11}\ \text{m} = 2{,}6 \times 10^{11}\ \text{m}$.

A.N. : $$M = \frac{(2{,}6 \times 10^{11}\ \text{m})^2 \times 2{,}6 \times 10^4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{2 \times 4{,}67 \times 10^6\ \text{s} \times 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\ \text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}} = 2{,}8 \times 10^{30}\ \text{kg}.$$

L'écart à la valeur des tables s'explique entre autres par les erreurs de pointage et de lecture sur la règle graduée, et par les arrondis réalisés lors des calculs pour construire les vecteurs variations de vitesse.

Exercice 37 p 255

a. Le mouvement du système est circulaire, car la trajectoire est un arc de cercle : AG est constant. Il n'est pas uniforme, car la valeur de la vitesse n'est pas constante. En effet, G ne parcourt pas des distances égales pendant des durées égales.

b. Le système est soumis à deux actions :

- celle à distance exercée par la Terre et modélisée par le poids P du système ;
- celle de contact exercée par le fil jouant le rôle de la liane et modélisée par la tension T du fil.

c. Pendant une durée Δt suffisamment courte, la relation approchée entre le vecteur variation de vitesse et les forces appliquées donne : $m \times \dfrac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \vec{T} + \vec{P}$

En O, $\vec{P}$ et $\vec{T}$ sont verticaux donc $\vec{T} + \vec{P}$ aussi. Le vecteur $\overrightarrow{\Delta v}$ est donc vertical.

d. Sur un axe vertical (A, x) orienté vers le haut, on peut écrire lors du passage du système en O :

$$m \times \|\Delta \vec{v_0}\| = (-\|\vec{P}\| + \|\vec{T}\|) \times \Delta t$$

Ce qui conduit à : $m \dfrac{v_0^2}{AO} \Delta t = -m \cdot g \cdot \Delta t + T \cdot \Delta t$

Ainsi $T \cdot \Delta t = m \cdot g \cdot \Delta t + m \cdot \dfrac{v_0^2}{AO} \Delta t.$

Avec Δt non nul, on peut simplifier par Δt.

Finalement, en O : $T = m \cdot \left(g + \dfrac{v_0^2}{AO}\right)$

e. L'approche statistique de la série de 10 mesures donne un écart-type expérimental de 2,56 $mm{\cdot}s^{-1}$.

$u(v_0) = \dfrac{2{,}56}{\sqrt{10}} = 0{,}81\ mm \cdot s^{-1}$.

La moyenne de la série de mesures est 844,89 $mm \cdot s^{-1}$.

On peut donc écrire $v_0 = 844{,}9\ mm \cdot s^{-1}$ avec $u(v_0) = 0{,}9\ mm \cdot s^{-1}$ en majorant $u(v_0)$.

Alors $T = 100 \times 10^{-3} \times (9{,}81 + \left(\dfrac{(844{,}9 \times 10^{-3})^2}{60 \times 10^{-2}}\right) = 1{,}10\ N$.

Lorsque Tarzan est immobile en O, les forces qui modélisent les actions qui s'exercent sur lui se compensent d'après le principe d'inertie. $T = P = m{\cdot}g$.

Avec les données du modèle, cela donne : $T = 100 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 0{,}981$ N. La norme de la force modélisant l'action exercée par la liane sur Tarzan immobile est donc plus petite que lorsqu'il est en mouvement.

f. L'application du principe des actions réciproques entraîne que la force modélisant l'action exercée par Tarzan sur la liane sera supérieure lorsque Tarzan est en mouvement. Le risque pour la liane de rompre est donc plus important quand Tarzan est en mouvement que lorsqu'il est immobile.